

Lucerne University of  
Applied Sciences and Arts

**HOCHSCHULE  
LUZERN**

Technik & Architektur  
FH Zentralschweiz



**Der direkteste Weg  
zur richtigen Formel**

Die Formelsammlung für  
HLKS-Fachpersonen



## **Der direkteste Weg für alle HLKS-Fachpersonen**

Gebäudetechnik ist die gute Wahl, wenn Sie Gebäude gestalten und funktionsfähig machen wollen. Als Ingenieur oder Ingenieurin der Gebäudetechnik stellen Sie sicher, dass Gebäude effizient betrieben werden und ihre Energie selber nachhaltig produzieren.

Das praxisorientierte, innovative und interdisziplinäre Studium der Hochschule Luzern – Technik & Architektur ist das einzige Gebäudetechnik-Studium der Schweiz. Bei uns studieren Sie zusammen mit Architekten, Innenarchitektinnen und Bauingenieuren realitätsnah an konkreten Projekten. Sie nutzen das europaweit einzigartige Labor für Gebäudetechnik. Wir legen Wert darauf, dass die Ausbildung dem entspricht, was die Gebäudetechnik-Branche heute und morgen braucht.

## Größen und Einheiten

### SI-Basiseinheiten

Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

### Abgeleitete SI-Einheiten

Kraft	Newton	N	$(\text{m kg})/\text{s}^2$
Arbeit	Joule	J, Ws	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^2$
Leistung	Watt	W	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^3$
Druck	Pascal	Pa	$\text{kg}/(\text{m s}^2)$
El. Spannung	Volt	V	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A})$
El. Widerstand	Ohm	$\Omega$	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A}^2)$
Winkel (Ebene)	Radian	rad	m/m

### Griechisches Alphabet

Alpha	A	$\alpha$	Ny	N	$\nu$
Beta	B	$\beta$	Xi	$\Xi$	$\xi$
Gamma	$\Gamma$	$\gamma$	Omikron	O	o
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Epsilon	E	$\varepsilon$	Rho	$\rho$	$\rho$
Zeta	Z	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	H	$\eta$	Tau	T	$\tau$
Theta	$\Theta$	$\theta/\vartheta$	Ypsilon	Y	$\upsilon$
Iota	I	$\iota$	Phi	$\Phi$	$\phi$
Kappa	K	$\kappa$	Chi	X	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
My	M	$\mu$	Omega	$\Omega$	$\omega$

### Vorsätze

Deka	Hekto	Kilo	Mega	Giga	Tera	Peta
<b>da</b>	<b>h</b>	<b>k</b>	<b>M</b>	<b>G</b>	<b>T</b>	<b>P</b>
10	$10^2$	$10^3$	$10^6$	$10^9$	$10^{12}$	$10^{15}$
$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$
<b>d</b>	<b>c</b>	<b>m</b>	<b><math>\mu</math></b>	<b>n</b>	<b>p</b>	<b>f</b>
Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	Femto

## Grundlagen der Mechanik

### Gleichförmige Bewegung

v Geschwindigkeit m/s

s Strecke, Weg m

t Zeit s

$$v = \frac{s}{t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



### Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

v Geschwindigkeit m/s

$v_0$  Anfangsgeschwindigkeit m/s

$a$  Beschleunigung  $m/s^2$

s Strecke, Weg m

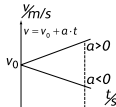
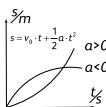
t Zeit s

$$a = \frac{v}{t}$$

$$[a] = \frac{m}{s^2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



wobei

$a > 0$  beim Beschleunigen

$a < 0$  beim Verzögern (Bremsen)

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad [s] = m$$

### Dichte

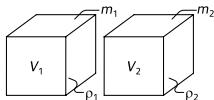
$\rho$  Dichte  $kg/m^3$

m Masse kg

V Volumen  $m^3$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$$



## Kraft

F Kraft	N
m Masse	kg
a Beschleunigung	m/s <sup>2</sup>

$$F = m \cdot a$$

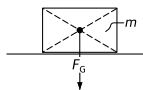
$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

## Gewichtskraft

F <sub>G</sub> Gewichtskraft	N
m Masse	kg
g Fallbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>

$$F_G = m \cdot g$$

$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$



wobei

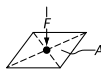
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

## Druck

p Druck	Pa
F Kraft	N
A Fläche	m <sup>2</sup>

$$p = \frac{F}{A}$$

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = \text{Pa}$$



### Umrechnungen Druckeinheiten

Druck	Pa	mbar	kPa	mWS*	bar
Pa	1	0,01	0,001	0,000102	0,00001
mbar	100	1	0,1	0,0102	0,001
kPa	1'000	10	1	0,102	0,01
mWS*	9'810	98,1	9,81	1	0,0981
bar	100'000	1'000	100	10,2	1

\*Die Zahlenwerte für die Umrechnung von mWS beziehen sich auf eine Dichte von 1'000 kg/m<sup>3</sup>.

## Arbeit

W Arbeit J

F Kraft N

s Weg m

$$W = F \cdot s$$

$$[W] = N \cdot m = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}$$



### Umrechnungen Arbeit-/Energieeinheiten

Arbeit	J	kJ	MJ	kWh
J	1	0,001	0,000001	0,0000003
kJ	1'000	1	0,001	0,000278
MJ	1'000'000	1'000	1	0,278
kWh	3'600'000	3'600	3,6	1

## Leistung

P Leistung W

W Arbeit J

t Zeit s

$$P = \frac{W}{t}$$

$$[P] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} = \text{W}$$



## Energie

Definition:

Die in einem Körper «gespeicherte» Arbeit wird allgemein als Energie bezeichnet.

Arbeit und Energie haben beide die Einheit Joule.

### Einige Energieformen

Energieform	Gleichung	Einheit
Lageenergie	$W_l = m \cdot g \cdot h$	$[W_l] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{J}$
Bewegungsenergie	$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$[W_{kin}] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}$
Elektrische Energie	$W_e = e_0 \cdot U$	$[W_e] = C \cdot V = A \cdot s \cdot V = A \cdot s \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}^3 \cdot \text{A}} = \text{J}$
Thermische Energie	$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$[Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}$

\* Siehe auch erster und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik.

# Thermodynamik

## Größen und Einheiten

### Temperatur

$\theta$	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$	$\{\theta\} = \{T\} + 273,15$
T	absolute Temperatur	K	$\{\theta\} = \{T\} - 273,15$



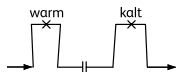
## Verhalten der Stoffe bei Temperaturänderung

### Längenausdehnung fester Stoffe

$\Delta l$	Längenänderung	m	$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$	$[\Delta l] = m \cdot \frac{1}{K} \cdot K = m$
$l_1$	Ausgangslänge	m		
$l_2$	Endlänge	m		
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$\text{K}^{-1}$	$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$	$[l_2] = m$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K		

### Längenausdehnungskoeffizient einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in $^{\circ}\text{C}$	$\alpha \times 10^{-6}$ in $\text{K}^{-1}$
Kupfer	0...100	16,8
Stähle		
unlegiert	0...100	11,5
Chrom-Nickel-Molybdän	20...100	16,0
Baustahl	0...100	12,0
Stahlbeton	0...100	14,0
Messing (62% Cu)	0...100	18,4
Polyethylen	0... 80	150...230
Polyvinylchlorid (PVC hart)	0...100	70,0
Mepla (Metallverbundrohr)	20...100	26,0



## Volumenausdehnung von Flüssigkeiten

$\Delta V$  Volumenänderung  $m^3$

$V_1$  Ausgangsvolumen  $m^3$

$V_2$  Endvolumen  $m^3$

$\rho_1$  Dichte bei Temperatur 1  $kg/m^3$

$\rho_2$  Dichte bei Temperatur 2  $kg/m^3$

$$\Delta V = V_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} - V_1 \quad [\Delta V] = m^3$$

wobei

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

Dichte  $\rho$  von Wasser

Temperatur in °C	$\rho$ in $kg/m^3$
0	999,8
10	999,7
20	998,2
60	983,2
100	958,3

## Normbedingungen des idealen Gases

$p_0$  Normdruck Pa

$T_0$  Normtemperatur K

$p_0 = 101'325$  Pa  $T_0 = 273,15$  K

### Molares Normvolumen

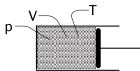
$V_0$  molares Normvolumen  $m^3/mol$

$V_0 = 22,414 \cdot 10^{-3} m^3/mol$



## Gleichungen des idealen Gases

R	Allgemeine Gaskonstante	J/(mol K)
R <sub>s</sub>	Spezifische Gaskonstante	J/(kg K)
n	Stoffmenge	mol
p <sub>1,2,x</sub>	Druck Zustand 1,2,x	Pa
V <sub>1,2,x</sub>	Volumen Zustand 1,2,x	m <sup>3</sup>
T <sub>1,2,x</sub>	Temperatur Zustand 1,2,x	K
M	Molare Masse	kg/mol



Form	Gleichung	Bedingung
Allgemeine Zustandsgleichung	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	$m = const$
Allgemeine Zustandsgleichung	$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	$R = 8,31451 \frac{J}{mol \cdot K}$
Spezifische Zustandsgleichung	$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$	$R_s = \frac{R}{M}$
Allgemeine Dichte	$\frac{m}{V} = \rho = \frac{p}{R_s \cdot T}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
Dichte Zustand x	$\rho_x = \rho_0 \cdot \frac{p_x \cdot T_0}{p_0 \cdot T_x}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{Pa \cdot K}{K \cdot Pa}$
1. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$p = const$
2. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$V = const$
Gesetz von Boyle-Mariotte	$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	$T = const$

### Gaskonstante R<sub>s</sub> einiger Gase

Gas	R <sub>s</sub> in J/(kg K)
Luft	287,2
Methan	518,3
Kohlendioxid	188,9
Ammoniak	488,2

### Normdichte ρ einiger Gase

Gas	ρ <sub>0</sub> in kg/m <sup>3</sup>
Luft	1,293
Methan	0,717
Kohlendioxid	1,977
Ammoniak	0,771
Propan	2,004

## Energie und Wärme

### Wärmekapazität

Q	Wärmemenge	J
m	Masse	kg
$c_p$	spez. Wärmekapazität bei p = const	J/(kg K)
$\theta_1$	Temperatur Stoff 1	°C
$\theta_2$	Temperatur Stoff 2	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$Q = m \cdot c_p \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad [Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}$$

Spez. Wärmekapazität  $c_p$  einiger Stoffe

Stoff	$c_p$ in J/(kg K)
Wasser (20 °C)	4'182
Wasser (60 °C)	4'184
Luft (20 °C)	1'005
Luft (100 °C)	1'009
Eis (0 °C)	2'090
Beton (0...100 °C)	880
Stahl (0...100 °C)	500

### Mischungstemperatur

$Q_{\text{ab}}$	abgegebene Wärmemenge	J
$Q_{\text{auf}}$	aufgenommene Wärmemenge	J
$m_1$	Masse Stoff 1	kg
$m_2$	Masse Stoff 2	kg
$c_{p1}$	spez. Wärmekapazität Stoff 1	J/(kg K)
$c_{p2}$	spez. Wärmekapazität Stoff 2	J/(kg K)
$\theta_1$	Temperatur Stoff 1	°C
$\theta_2$	Temperatur Stoff 2	°C
$\theta_m$	Mischungstemperatur	°C

Energiebilanz

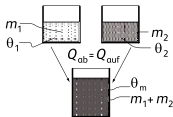
$$Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}}$$

somit

$$m_1 \cdot c_{p1} \cdot (\theta_1 - \theta_m) = m_2 \cdot c_{p2} \cdot (\theta_m - \theta_2)$$

Mischungstemperatur\*

$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot c_{p1} \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_{p2} \cdot \theta_2}{m_1 \cdot c_{p1} + m_2 \cdot c_{p2}} \quad [\theta_m] = \text{°C}$$

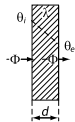


\*Die Mischungstemperatur gilt für alle Mischvorgänge, bei denen kein Medium den Aggregatzustand wechselt und zwischen dem System und seiner Umgebung keine Wärmeübertragung stattfindet.

## Wärmeleitung durch eine ebene Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
$d$	Wanddicke	m
$A$	Fläche	$m^2$
$\theta_e$	Temperatur Wand aussen	$^{\circ}\text{C}$
$\theta_i$	Temperatur Wand innen	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

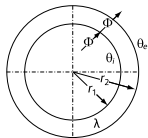
$$\Phi = \frac{\lambda}{d} \cdot A \cdot (\theta_i - \theta_e) \quad [\Phi] = \frac{W}{m \cdot K \cdot m} \cdot m^2 \cdot K = W$$



## Wärmeleitung durch ein einschichtiges Rohr

$\Phi$	Wärmestrom	W
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
$l$	Länge Teilstück	m
$r_1$	Radius innen	m
$r_2$	Radius aussen	m
$\theta_i$	Temperatur Rohr innen	$^{\circ}\text{C}$
$\theta_e$	Temperatur Rohr aussen	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot 2 \pi \cdot l \cdot (\theta_i - \theta_e)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [\Phi] = W$$



## Konvektion an einer Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
$h$	Wärmeübergangskoeffizient*	W/( $m^2$ K)
$A$	Fläche	$m^2$
$\theta_f$	Temperatur Fluid	$^{\circ}\text{C}$
$\theta_w$	Temperatur Wand	$^{\circ}\text{C}$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = h \cdot A \cdot (\theta_f - \theta_w) \quad [\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

\*siehe Wärmedurchgang

## Wärmestrahlung

$\Phi_e$	Strahlungsleistung	W	Strahlungsleistung eines Körpers*
$\varepsilon_F$	Emissionsgrad Fläche/Körper		$\Phi_e = \varepsilon_F \cdot \sigma \cdot A \cdot T_F^4$
$\varepsilon_U$	Emissionsgrad Umgebungsflächen		
$C_{FU}$	Strahlungsaustauschkonstante	$W/(m^2K^4)$	$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	$W/(m^2K^4)$	
A	Fläche	$m^2$	
$T_F$	Temperatur Fläche/Körper	K	Abgestrahlte Wärmeleistung an die Umgebung**
$T_U$	Temperatur Umgebungsflächen	K	

$$\Phi_e = C_{FU} \cdot A \cdot (T_F^4 - T_U^4)$$

$$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$$

wobei

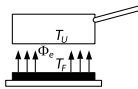
$$C_{FU} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_F} + \frac{1}{\varepsilon_U} - 1}$$

### Emissionsgrad einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in °C	$\varepsilon$
Wasser	0...100	0,95...0,96
Russ	100...300	0,95
Ziegel, Putz	20	0,93
Wandfarbe	20	0,95
Dachpappe	20	0,93
Eichenholz	20	0,89
Lacke, Emaille	20	0,85
Stahl, poliert	20	0,29
Stahl, verrostet	20	0,85
Aluminium, poliert	20	0,04

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2K^4)$$

$\varepsilon = 1$ , bei schwarzen Körpern



\* Gilt für die Ausstrahlung ins Vakuum, mit guter Näherung auch für die Durchstrahlung von Luft.

\*\* Strahlungsleistung einer Fläche mit der Temperatur  $T_F$  an eine parallele Umgebungsfläche mit der Temperatur  $T_U$ .

## Wärmedurchgang durch eine ebene Wand

$\Phi$	Wärmestrom	W
U	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
A	Fläche	m <sup>2</sup>
$h_{i,e}$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\lambda_{1...n}$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$d_{1...n}$	Wanddicke	m
$\theta_{fi}$	Innentemperatur	°C
$\theta_{fe}$	Aussentemperatur	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

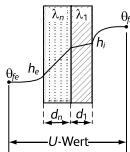
$$\Phi = U \cdot A \cdot (\theta_{fi} - \theta_{fe})$$

$$[\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

wobei

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_e}}$$

$$[U] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$$



Wärmeübergangskoeffizient  $h$  aus der Praxis

Bauteil	$h$ in W/(m <sup>2</sup> K)
Gebäudewand innen	$h_i$ 8
Gebäudewand aussen	$h_e$ 25

Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  einiger Stoffe

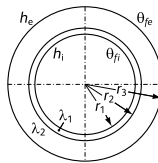
Stoff	Temperatur in °C	$\lambda$ in W/(m K)
Kupfer	20	384
Stahl (0,2 % C)	20	50
Stahl (0,6 % C)	20	46
CrNiMo-Stahl	20	15
Kiesbeton	20	2,1
Glas (Fensterglas)	20	0,8...1,1
Backstein	20	0,35...0,9
Glaswolle	20	0,04

## Wärmedurchgang durch ein zweischichtiges Rohr

$\Phi$	Wärmestrom	W
$l$	Länge Teilstück	m
$h_{i,e}$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\lambda_{1,2}$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$r_{1,2,3}$	Radius	m
$\theta_{fi}$	Temperatur Fluid	°C
$\theta_{fe}$	Umgebungstemperatur	°C
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot (\theta_{fi} - \theta_{fe})}{\frac{1}{h_i \cdot r_1} + \frac{1}{\lambda_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{1}{\lambda_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}} + \frac{1}{h_e \cdot r_3}}$$

$$[\Phi] = W$$



## Wärmeübertrager

$\Phi_{wü}$	Wärmestrom	W
$U$	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$A$	Wärmeübertragungsfläche	m <sup>2</sup>
$\Delta T_m$	Mittlere logarithmische Temperaturdifferenz	K

$$\Phi_{wü} = U \cdot A \cdot \Delta T_m$$

$$[\Phi_{wü}] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

*Gegenstromwärmeübertrager*

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

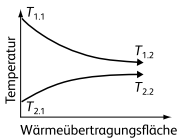
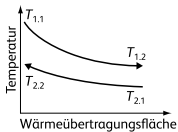
$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,2} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,1}$$

*Gleichstromwärmeübertrager*

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,1} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,2}$$



\*Wird durch Strömungs- und Wärmeleitungsvorgänge bestimmt.

# 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Physikalisch betrachtet kann Energie weder erzeugt noch vernichtet werden, sondern nur von einer Form in die andere umgewandelt werden.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen Prozessen ist die Summe aus Exergie und Anergie konstant.

$$Energie = Exergie + Anergie = const$$

Definition Exergie:

Der Teil der Energie, der sich in jede beliebige Energieform umwandeln lässt.

Formen reiner Exergie sind:

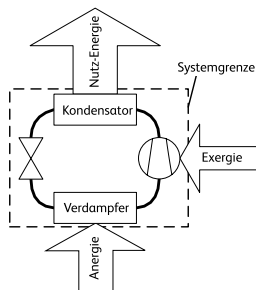
- elektrische Energie
- Lageenergie
- Bewegungsenergie

Definition Anergie:

Der Teil der Energie, der sich nicht in Exergie umwandeln lässt.

Formen reiner Anergie:

Umgebungswärme



## 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gibt an, dass Energie nicht beliebig von einer Energieform zur anderen umgewandelt werden kann.

Beispiel:

Elektrische Energie kann praktisch vollständig in Wärme umgewandelt werden. Wärme jedoch nur begrenzt in elektrische Energie.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen natürlichen, nicht umkehrbaren Prozessen wird Exergie in Anergie umgewandelt.



## Kreisprozesse der Gebäudetechnik

Carnot'sche Leistungszahl der Wärmepumpe \*

$$\varepsilon_{WP,car} = \frac{\Phi_{WP}}{P_{K,th}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$\varepsilon_{WP,car}$  Maximale Leistungszahl der Wärmepumpe

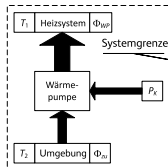
$\Phi_{WP}$  Heizleistung der Wärmepumpe W

$\Phi_{zu}$  Wärmeleistung aus Umgebung W

$P_{K,th}$  Kompressorleistung (ohne Verluste) W

$T_1$  Austrittstemperatur Heizmedium K

$T_2$  Eintrittstemperatur Umgebungsmedium K



Carnot'sche Leistungszahl der Kältemaschine \*

$$\varepsilon_{KM,car} = \frac{\Phi_{KM}}{P_{K,th}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$\varepsilon_{KM,car}$  Maximale Leistungszahl der Kältemaschine

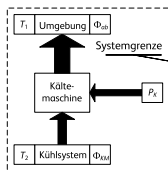
$\Phi_{ab}$  Wärmeleistung an Umgebung W

$\Phi_{KM}$  Kühlleistung der Kältemaschine W

$P_{K,th}$  Kompressorleistung (ohne Verluste) W

$T_1$  Eintrittstemperatur Umgebungsmedium K

$T_2$  Austrittstemperatur Kälteträgermedium K



\*Die Carnot'sche Leistungszahl ist ein theoretischer Wert. Ihre Anwendung in der Praxis erfolgt als Vergleich zwischen der realen Leistungszahl ( $\varepsilon$ ) zur theoretisch maximalen Leistungszahl ( $\varepsilon_{car}$ ).

### Reale Leistungszahl der Wärmepumpe

$\varepsilon_{WP}$	Leistungszahl der Wärmepumpe	
$\Phi_{WP}$	Heizleistung der Wärmepumpe	W
$P_K$	Leistungsaufnahme der Wärmepumpe	W

$$\varepsilon_{WP} = \frac{\Phi_{WP}}{P_K}$$

### Reale Leistungszahl der Kältemaschine

$\varepsilon_{KM}$	Leistungszahl der Kältemaschine	
$\Phi_{KM}$	Kühlleistung der Kältemaschine	W
$P_K$	Leistungsaufnahme der Kältemaschine	W

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\Phi_{KM}}{P_K}$$

### Gütegrad der Wärmepumpe

$\eta_{WP}$	Gütegrad der Wärmepumpe	
$\varepsilon_{WP}$	Leistungszahl der Wärmepumpe	
$\varepsilon_{WP,car}$	Maximale Leistungszahl der Wärmepumpe	

$$\eta_{WP} = \frac{\varepsilon_{WP}}{\varepsilon_{WP,car}}$$

### Gütegrad der Kältemaschine

$\eta_{KM}$	Gütegrad der Kältemaschine	
$\varepsilon_{KM}$	Leistungszahl der Kältemaschine	
$\varepsilon_{WP,car}$	Maximale Leistungszahl der Kältemaschine	

$$\eta_{KM} = \frac{\varepsilon_{KM}}{\varepsilon_{KM,car}}$$

## Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase

### Hydrostatischer Druck

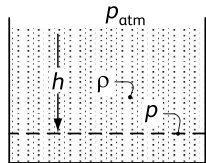
$p$	Druck	Pa
$g$	Fallbeschleunigung	$m/s^2$
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$h$	Höhe (Flüssigkeitssäule)	m

Schweredruck in der Tiefe  $h^*$

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad [\rho] = \frac{kg \cdot m \cdot m}{m^3 \cdot s^2}$$

wobei

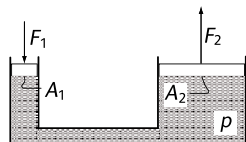
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$



### Grundgesetz der Hydraulik (Hydraulische Presse)

$F_1$	Kraft des Pumpenkolbens	N
$F_2$	Kraft des Presskolbens	N
$A_1$	Fläche des Pumpenkolbens	$m^2$
$A_2$	Fläche des Presskolbens	$m^2$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



## Auftrieb

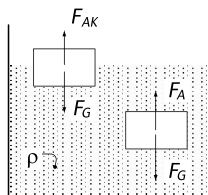
$F_A$	Auftriebskraft (ganzer Körper)	N
$F_{AK}$	Auftriebskraft (eingetauchter Teil Körper)	N
$F_G$	Gewichtskraft	N
$\rho_{Fl}$	Dichte der Flüssigkeit	kg/m <sup>3</sup>
$g$	Fallbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$V$	Volumen (ganzer Körper)	m <sup>3</sup>
$V_K$	Volumen (eingetauchter Teil Körper)	m <sup>3</sup>
$m$	Masse des Körpers	kg

$$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V \quad [F_A] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$$

$$F_{AK} = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_K \quad [F_{AK}] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$$

$$F_G = m \cdot g \quad [F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

wobei  
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



Vorgang	Bedingung
Ein Körper steigt	$F_G < F_A$
Ein Körper sinkt	$F_G > F_A$
Ein Körper schwebt	$F_G = F_A$
Ein Körper schwimmt	$F_G = F_{AK}$

## Luftdruck

Barometrische Höhenformel

$p$	Luftdruck in der Höhe $h$	Pa
$p_0$	Normdruck der Luft	Pa
$\rho_0$	Normdichte von Luft	kg/m <sup>3</sup>
$g$	Fallbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$h$	Höhe	m

$$p = p_0 \cdot e^{\left(\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}\right)} \quad [p] = \text{Pa}$$

wobei

$$p_0 = 101'325 \text{ Pa}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

# Strömende Flüssigkeiten und Gase

## Volumenstrom

$\dot{V}$	Volumenstrom	$m^3/s$
$V$	Volumen	$m^3$
$t$	Zeit	$s$
$A$	Fläche	$m^2$
$v$	Geschwindigkeit	$m/s$

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad \dot{V} = A \cdot v$$

$$[\dot{V}] = \frac{m^3 \cdot m}{s} = \frac{m^3}{s}$$



## Massenstrom

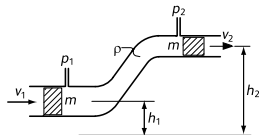
$\dot{m}$	Massenstrom	$kg/s$
$\dot{V}$	Volumenstrom	$m^3/s$
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$[\dot{m}] = \frac{m^3 \cdot kg}{s \cdot m^3} = \frac{kg}{s}$$

## Bernoullische Gleichung

$v_1$	Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 1	$m/s$
$v_2$	Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 2	$m/s$
$g$	Fallbeschleunigung ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )	$m/s^2$
$h_1$	geodätische Höhe an der Stelle 1	$m$
$h_2$	geodätische Höhe an der Stelle 2	$m$
$p_1$	statischer Druck an der Stelle 1	$Pa$
$p_2$	statischer Druck an der Stelle 2	$Pa$
$\rho$	Dichte des Fluides	$kg/m^3$



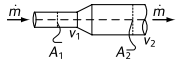
### Bernoullische Gleichung in den verschiedenen Formen

Form der Gleichung	Dynamischer Anteil	Geodätischer Anteil	Statischer Anteil	Gesamt	SI-Einheit
Spez. Energie*	$\frac{v^2}{2}$	$g \cdot h$	$\frac{p}{\rho}$	= const	$\left[ \frac{Nm}{kg \cdot s^2} \right]$
Druck	$\rho \cdot \frac{v^2}{2}$	$\rho \cdot g \cdot h$	$p$	= const	$\left[ Pa, \frac{N}{m^2} \right]$
Höhe	$\frac{v^2}{2 \cdot g}$	$h$	$\frac{p}{\rho \cdot g}$	= const	[m]

\*Die spezifische Energie bezieht sich auf die Masse  $m = 1 \text{ kg}$ .

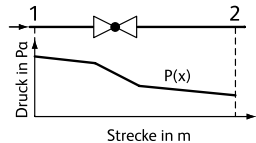
## Kontinuitätsgleichung

$\dot{m}$	Massenstrom des Fluides	kg/s	Entlang einer Stromröhre gilt *
$\dot{V}$	Volumenstrom des Fluides	m <sup>3</sup> /s	$\dot{m} = \text{const}$
$A_{1,2}$	Querschnitt der Stromröhre	m <sup>2</sup>	
$v_{1,2}$	Geschwindigkeit des Fluides	m/s	somit
$\rho$	Dichte des Fluides	kg/m <sup>3</sup>	$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$



## Druckverlust

$\Delta p_{Is}$	Druckverlust	Pa
$\zeta$	Widerstandsbeiwert Einbauten	
$\lambda$	Rohrreibungszahl	
$v$	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
$l$	Länge der Rohrleitung	m
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	m
$R$	Spezifischer Druckverlust	Pa/m



### Gesamtdruckverlust einer Rohrstrecke

Rohr		Einzelwiderstand	=	Gesamtdruckverlust
$\sum \Delta p_{Is,R}$	+	$\sum \Delta p_{Is,E}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$
$\sum \lambda \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$
$R \cdot l$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$

## Reynoldszahl

$v$	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	m
$d_i$	Innendurchmesser	m
$\nu$	Kinematische Viskosität des Fluides	m <sup>2</sup> /s
$U$	Umfang	m
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>

$$Re = \frac{d_h \cdot v}{\nu} \quad [Re] = \frac{m \cdot m \cdot s}{s \cdot m^2}$$

wobei

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U} \quad d_h = \frac{m^2}{m} = m$$

### Rohrrauigkeiten $k$ einiger Materialien

Material	$k$ in mm
Kupfer / Messing	0,001...0,005
Faserzement	0,05...0,1
Stahlrohr, neu	0,02...0,1
Stahlrohr, gebraucht (rostig)	0,15...1,5
Blechkanal gefalzt	0,15...0,2
Wickelfalzrohr	0,1...2,0

Bei einem Rohr gilt

$$d_i = d_h$$

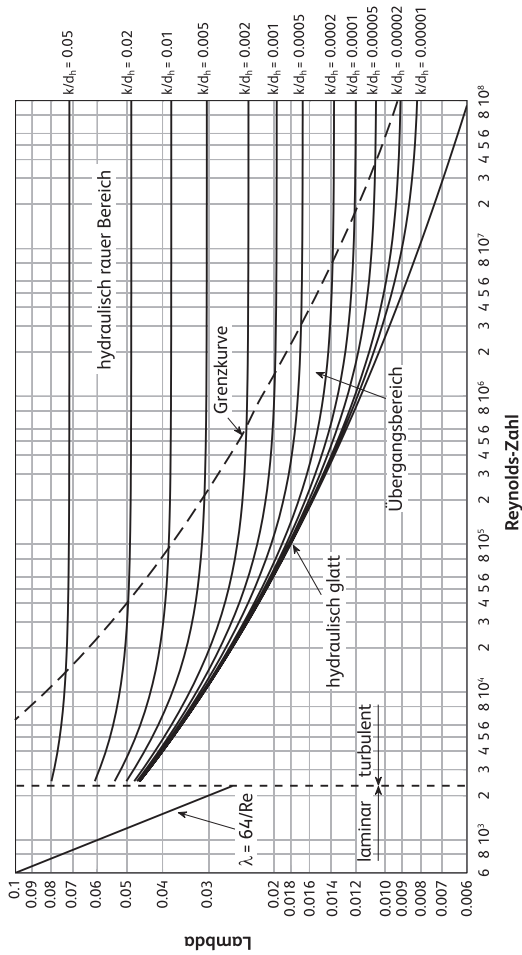
$Re < 2'320$  = laminare Rohrströmung

$Re > 2'320$  = turbulente Rohrströmung

### Kinematische Viskosität $\nu$ von Wasser und Luft

Stoff	Temperatur in °C	$\nu$ in m <sup>2</sup> /s
Wasser	0	$1,789 \cdot 10^{-6}$
Wasser	20	$1,006 \cdot 10^{-6}$
Wasser	60	$0,478 \cdot 10^{-6}$
Wasser	100	$0,294 \cdot 10^{-6}$
Luft	-20	$11,78 \cdot 10^{-6}$
Luft	0	$13,52 \cdot 10^{-6}$
Luft	20	$15,35 \cdot 10^{-6}$
Luft	40	$17,26 \cdot 10^{-6}$
Luft	60	$19,27 \cdot 10^{-6}$

Moody-Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungszahl  $\lambda^*$



\* Ansatz aus: Rechtenwald, Gerald (2007), Pipe Flow Analysis with Matlab



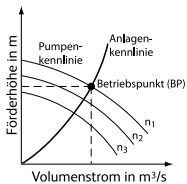
## Pumpen und Ventilatoren

$\dot{V}$	Förderstrom	$\text{m}^3/\text{s}$
$h$	Förderhöhe	$\text{m}$
$\Delta p$	Druckverlust/Druckdifferenz	$\text{Pa}$
$n$	Drehzahl	$\text{min}^{-1}$
$P_2$	Hydraulische Leistung	$\text{W}$
$P_1$	elektrische Leistungsaufnahme	$\text{W}$
$\eta_P$	Hydraulischer Wirkungsgrad Pumpe	
$\eta_V$	Hydraulischer Wirkungsgrad Ventilator	
$\eta_M$	Wirkungsgrad Antriebsmotor	
$\eta_W$	Wirkungsgrad Welle	

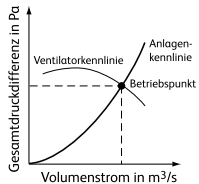
### Anlagen-/Rohrnetzkenlinie

$$\Delta p = C \cdot \dot{V}^2$$

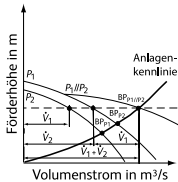
### Pumpenkennlinie



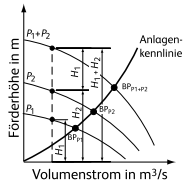
### Ventilatorokennlinie



### Parallelschaltung



### Serieschaltung



\* Für reibungsfreie, inkompressible Strömungen.

Für technische Anwendungen als Näherungslösung zu betrachten.

\*\* Aus Erfahrung; Leistungsaufnahme  $P_2 \sim (n_2/n_1)^2 \cdot P_1$

## Leistungsaufnahme Pumpen und Ventilatoren

	Pumpe	Ventilator	Einheit
Hydraulische Leistung	$P_2 = \dot{V} \cdot \rho \cdot g \cdot h$	$P_2 = \dot{V} \cdot \Delta p$	$[P_2] = W$
el. Leistungsaufnahme/ Wellenleistung	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_P}$	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_V}$	$[P_1] = W$
Wirkungsgrad	$\eta_P = \frac{P_2}{P_1}$	$\eta_V = \frac{P_2}{P_1}$	$[\eta_{P/V}] = 1$
Gesamtwirkungsgrad	$\eta_{P,ges} = \eta_P \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$\eta_{V,ges} = \eta_V \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$[\eta_{ges}] = 1$

## Proportionalitätsgesetze \*

$\dot{V}_{1,2}$	Volumenstrom	$m^3/s$
$n_{1,2}$	Drehzahl	$min^{-1}$
$\Delta p_{1,2}$	Druckverlust	Pa
$P_{1,2}$	Leistungsaufnahme	W

Volumenstrom

$$\dot{V}_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \dot{V}_1 \quad [\dot{V}_2] = \frac{m^3}{s}$$

Druckverlust

$$\Delta p_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \Delta p_1 \quad [\Delta p_2] = Pa$$

Leistungsaufnahme \*\*

$$P_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \cdot P_1 \quad [P_2] = W$$

# Quellen- und Stichwortverzeichnis



## Quellen

- 1 Bösowirth, Leopold (2010). Technische Strömungslehre (8. Auflage).  
Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag
- 2 Cerbe, Günter & Wilhelms Gernot (2011). Technische Thermodynamik (16. Auflage).  
München: Carl-Hanser-Verlag
- 3 Dobrinski, Paul; Krakau, Gunter & Vogel, Anselm (2003). Physik für Ingenieure (10. Auflage).  
Wiesbaden: B.G. Teubner
- 4 Mende, Dietmar & Simon, Günter (2000). Physik Gleichungen und Tabellen (12. Auflage).  
München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verlag
- 5 Recknagel, Hermann; Sprenger, Eberhard & Schramek, Ernst-Rudolf (2011).  
Taschenbuch für Heizungs + Klimatechnik (75. Auflage). München: Oldenbourg Verlag
- 6 Stroppe, Heribert (2005). Physik für Studenten der Natur- und Ingenieurwissenschaften (13. Auflage).  
München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verlag

## Stichwortverzeichnis

<b>A</b>	
Anergie	15
Anlagen / Rohrnetzkenlinie	25
Arbeit	6
Auftrieb	20
<b>B</b>	
Barometrische Höhenformel	20
Bernoullische Gleichung	21
<b>D</b>	
Dichte	4
Dichte, Wasser	8
Druck	5
Druckverlust	22
<b>E</b>	
Einheiten, Arbeit, Energie	6
Einheiten, Druck	5
Emissionsgrad	12
Energie	6
Energieformen	6
Exergie	15
<b>G</b>	
Gaskonstante, spezifische	9
Gewichtskraft	5
Gleichförmige Bewegung	4
Gleichmässig beschleunigte Bewegung	4
Griechisches Alphabet	3
Grundgesetz, Hydraulik	19
<b>H</b>	
Hauptsatz der Thermodynamik, erster	15
Hauptsatz der Thermodynamik, zweiter	16
Hydrostatischer Druck	19
<b>I</b>	
Ideales Gas, Gleichungen	9
Ideales Gas, Normbedingungen	8
<b>K</b>	
Kältemaschine, Carnot'sche Leistungszahl	17
Kältemaschine, Gütegrad	18
Kältemaschine, reale Leistungszahl	18
Kinematische Viskosität	23
Kontinuitätsgleichung	22
Konvektion, Wand	11
Kraft	5
Kreisprozesse, Gebäudetechnik	17
<b>L</b>	
Längenausdehnung fester Stoffe	7
Längenausdehnungskoeffizient	7
Leistung	6
Leistungsaufnahme, Pumpen, Ventilatoren	26
Luftdruck	20
<b>M</b>	
Massenstrom	21
Mischungstemperatur	10
Moody-Diagramm	24

<b>N</b>		<b>V</b>	
Normdichte, Gase	9	Ventilatoren	25
Normvolumen, molares	8	Ventilatorenkennlinie	25
<b>P</b>		Volumenausdehnung von Flüssigkeiten	8
Parallelschaltung	25	Volumenstrom	21
Proportionalitätsgesetze	26	Vorsätze	3
Pumpen	25	<b>W</b>	
Pumpenkennlinie	25	Wärmedurchgang, ebene Wand	13
<b>R</b>		Wärmedurchgang, zweischichtiges Rohr	14
Reynoldszahl	23	Wärmekapazität	10
Rohrrauhigkeit	23	Wärmekapazität, spezifische	10
<b>S</b>		Wärmeleitfähigkeit	13
Serieschaltung	25	Wärmeleitung, ebene Wand	11
SI-Basiseinheiten	3	Wärmeleitung, einschichtiges Rohr	11
<b>T</b>		Wärmepumpe, Carnot'sche Leistungszahl	17
Temperatur	7	Wärmepumpe, Gütegrad	18
		Wärmepumpe, reale Leistungszahl	18
		Wärmestrahlung	12
		Wärmeübergangskoeffizient	13
		Wärmeübertrager, Gegenstrom	14
		Wärmeübertrager, Gleichstrom	14

# Der direkteste Weg für intelligente Praktikerinnen und Praktiker

Gebäudetechnik spielt eine Schlüsselrolle bei der Umsetzung der Energiewende, denn Gebäude verbrauchen heute noch fast die Hälfte der gesamten Energie der Schweiz. Das Gebäudetechnik-Studium, Studienrichtung HLKS, wird nur an der Hochschule Luzern – Technik & Architektur angeboten. Es ist seit über 50 Jahren die höchste Ausbildung der Schweiz für HLKS-Fachpersonen. Das Studium schafft optimale Voraussetzungen für eine Karriere als Ingenieurin oder Ingenieur. Es befähigt Sie, komplexe Heizungs-, Klima- oder Sanitäreanlagen zu planen, Energie- und Gebäudetechnik-konzepte zu erarbeiten, die Bauherrschaft bezüglich Energieeffizienz zu beraten sowie Führungsaufgaben zu übernehmen.

Sie erlangen den Bachelor im Vollzeit-Studium bereits in drei oder berufsbegleitend in vier Jahren. Berufsmaturandinnen und Berufsmaturanden steigen direkt ein, erfahrene Praktikerinnen und Praktiker ab 25 Jahren über ein Zulassungsstudium.

Mehr Informationen und Anmeldung:  
[www.hslu.ch/gebaeudetechnik](http://www.hslu.ch/gebaeudetechnik)



## Der direkteste Weg um Gebäude effizienter zu machen

Gebäudetechnik, das richtige Studium für Elektro-  
Fachpersonen, die Ingenieurinnen und Ingenieure  
werden wollen. Vollzeit oder berufsbegleitend.

**Bestellen Sie die Formelsammlung:**  
[www.hslu.ch/formelsammlung](http://www.hslu.ch/formelsammlung)